



大规模 MIMO 系统中基于权重高斯赛德 低复杂度 ZF 预编码方案

周冬¹, 曹海燕¹, 许方敏¹, 方昕¹, 王秀敏²

(1. 杭州电子科技大学, 浙江 杭州 310018; 2. 中国计量大学, 浙江 杭州 310018)

摘要: 大规模 MIMO 系统中的传统 ZF (zero forcing, 迫零) 预编码方法中由于存在厄米特矩阵求逆, 其复杂度随着用户数的增多呈指数增加。针对这一问题, 提出了一种基于权重高斯赛德 (weighted Gauss-Seidel, WGS) 的低复杂度全数字 ZF 预编码方案, 即在高斯赛德 (GS) 的基础上, 将传统 GS 算法迭代结果与上一步的迭代结果进行权重相加以加速迭代收敛, 其权重因子通过最小均方和来确定, 并且证明权重因子可使算法收敛。仿真结果表明, WGS 算法通过极少的迭代次数即可逼近 ZF 预编码方案的性能, 且将 ZF 预编码的复杂度从 $O(K^3)$ 降低到 $O(K^2)$, 其中, K 为用户数。

关键词: 大规模 MIMO; ZF 预编码; 权重高斯赛德; 低复杂度

中图分类号: TN929.53

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2019048

A low complexity ZF precoding scheme based on weighted Gauss-Seidel in massive MIMO systems

ZHOU Dong¹, CAO Haiyan¹, XU Fangmin¹, FANG Xin¹, WANG Xiumin²

1. Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

2. China Jiliang University, Hangzhou 310018, China

Abstract: In massive MIMO systems, due to inversion of Hermitian matrix, the complexity of the traditional ZF precoding method increases exponentially with increase of the number of users. To solve this problem, a low complexity digital ZF precoding scheme based on weighted Gauss-Seidel (WGS) was proposed. That was weighted addition the iteration results of previous step and Gauss-Seidel iteration results to accelerate the iterative convergence. The weighting factor was determined by the least mean square sum, and the weighting factor was proved to make the algorithm converge. The simulation results show that the WGS algorithm can approximate the performance of ZF precoding scheme with very few iterations, and reduce the complexity of ZF precoding from $O(K^3)$ to $O(K^2)$, where K is the number of users.

Key words: massive MIMO, ZF precoding, weighted Gauss-Seidel, low complexity

收稿日期: 2018-05-26; 修回日期: 2019-03-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61501158, No.61379027); 浙江省自然科学基金资助项目 (No.LY14F010019, No.LQ15F01004)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61501158, No.61379027), The Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China (No. LY14F010019, No.LQ15F01004)



1 引言

大规模 MIMO 系统在基站端配置上百根天线, 可同时服务更多的用户, 使得系统在不增加天线发射功率和频谱的情况下, 大大提高系统容量与能效^[1-3], 已被认为是 5G 移动通信系统的关键技术之一^[4-5]。

但是, 随着基站天线数与用户数的增加, 大规模 MIMO 系统下行预编码面临着复杂度的问题。接近最优性能的非线性预编码脏纸编码(dirty paper coding, DPC)^[6]可达到系统最大信道容量, 但因复杂度高而难以在实际通信系统中实现。在大规模 MIMO 系统中, 利用信道之间的正交性, 相比非线性预编码, 线性预编码能够以较低的复杂度接近最优信道容量性能, 如迫零(zero forcing, ZF)预编码^[3]。但在线性预编码中仍涉及一个厄米特矩阵求逆问题, 并且其复杂度随着用户数的增加而增加, 因此, 进一步降低线性预编码复杂度的方案^[7-12]相继被提出。参考文献[7]中提出了一种基于理查德森法(Richardson method, RM)的低复杂度的预编码方案; 参考文献[7]中提出了一种雅克比与共轭梯度联合的预编码方案; 参考文献[8]提出了一种基于最小二乘 QR 分解法(least square QR, LSQR)的预编码方案, 这些方案降低了线性预编码方案的复杂度, 但是都在一定程度上损失了系统性能。参考文献[9]提出了基于对称超松弛(symmetric successive over relaxation, SSOR)的低复杂度预编码方案, 该方案能够通过较低的迭代次数逼近 ZF 预编码性能。参考文献[10]提出了一种基于截断多项式展开的预编码方案, 但是该方案需要处理复杂的参数优化问题。参考文献[11]提出了一种基于诺依曼多项式展开的预编码方案, 但其达到最优性能的复杂度与 ZF 预编码复杂度相近, 仍然较高。

大规模 MIMO 系统能够容纳更多的用户, 使得全数字 ZF 预编码方案复杂度随着用户数的增

加呈指数增加, 为了在降低算法复杂度的同时使系统性能逼近最优, 本文提出了权重高斯赛德(weighted Gauss-Seidel, WGS)低复杂度预编码方案, 即将传统高斯赛德(Gauss-Seidel, GS)^[13]迭代结果与上一步的迭代结果进行权重相加, 可以加快迭代收敛速度。为了进一步加快收敛速度, 根据大规模 MIMO 信道矩阵对角占优特性^[4], 再迭代初始值, 本文采用诺依曼展开式^[14]的第一项作为迭代的初始值。仿真结果表明, WGS 算法在 GS 算法基础上仅增加边缘复杂度, 且性能明显优于 GS 算法, 并且天线数增多时可以使用更少的迭代次数实现最佳性能, 其复杂度为 $O(K^2)$, K 为用户数。

2 系统模型

假设一个下行瑞利衰落信道的单小区大规模 MIMO 模型, 基站端配备 N 个天线, 并且同时服务 K 个单天线用户, 其中 $N \gg K$ 。小区中的 K 个用户接收信号向量 $\mathbf{y} \in C^{K \times 1}$ 表示如下:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho_f} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中, ρ_f 表示下行链路基站端发送信号功率, $\mathbf{H} \in C^{K \times N}$ 表示下行链路信道矩阵, 为保证各信道不相关, 天线间的距离需要超过电磁波波长的 $1/4$, $\mathbf{n} \in C^{K \times 1}$ 服从高斯分布 $CN(0, \sigma^2)$, σ^2 表示用户端接收高斯噪声方差。 $\mathbf{x} \in C^{N \times 1}$ 表示经过预编码之后的发送信号。

$$\mathbf{x} = \mathbf{P} \mathbf{s} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{P} \in C^{N \times K}$ 表示全数字预编码矩阵, $\mathbf{s} \in C^{K \times 1}$ 表示 K 个单天线用户的发送信号。

3 传统迫零预编码

假设大规模 MIMO 系统为时分双工(TDD), 上行链路与下行链路的信道在同一个时隙中时互易^[15], 因此下行链路信道可以通过上行链路的信道估计得到^[16]。

传统 ZF 预编码矩阵可以表示为^[4]:

$$\mathbf{P}_{\text{ZF}} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^{\text{H}} (\mathbf{H} \mathbf{H}^{\text{H}})^{-1} \quad (3)$$

其中, β_{ZF} 为功率控制因子, 令 $\mathbf{G} = \mathbf{H} \mathbf{H}^{\text{H}}$, 则功率控制因子可表示为^[17]:

$$\beta_{\text{ZF}} = \sqrt{\frac{K}{\text{tr}(\mathbf{G}^{-1})}} \quad (4)$$

其中, $\text{tr}()$ 表示求取矩阵的迹。当基站数增加到无穷时, 功率控制因子可近似为 $\beta_{\text{ZF}} \approx \sqrt{N-K}$ 。

将式 (3) 代入式 (2) 得:

$$\mathbf{x} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^{\text{H}} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{s} \quad (5)$$

令 $\mathbf{t} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{s}$, 则:

$$\mathbf{x} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^{\text{H}} \mathbf{t} \quad (6)$$

再令 $\mathbf{W} = \mathbf{H} \mathbf{P}_{\text{ZF}}$, 则 $\mathbf{W} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H} \mathbf{H}^{\text{H}} (\mathbf{H} \mathbf{H}^{\text{H}})^{-1} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{G} \mathbf{G}^{-1} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{I}$, w_{ki} 为矩阵 $\mathbf{W}$ 中第 k 行第 i 列的元素, 并且在 $i \neq k$ 时, 有 $|w_{ki}|^2 = 0$, 则第 k 个用户的信干噪比 (SINR) γ_k 可以表示为:

$$\gamma_k = \frac{\frac{\rho_f}{K} |w_{kk}|^2}{\frac{\rho_f}{K} \sum_{i \neq k} |w_{ki}|^2 + \sigma^2} = \frac{\frac{\rho_f}{K} |w_{kk}|^2}{\sigma^2} = \frac{\frac{\rho_f}{\sigma^2}}{\text{tr}(\mathbf{G}^{-1})} \quad (7)$$

因此, 传统迫零预编码的信道容量 C_{ZF} 可以表示为:

$$C_{\text{ZF}} = \sum_{k=1}^K \text{lb}(1 + \gamma_k) \quad (8)$$

由式 (3) 已知, 预编码矩阵 $\mathbf{P}_{\text{ZF}}$ 中涉及矩阵 $\mathbf{G}$ 的求逆运算, 该矩阵的求逆计算复杂度为 $O(K^3)$ 。为了减少矩阵求逆的复杂度, 本文提出了一种基于权重高斯赛德 (WGS) 的低复杂度预编码方案。

4 基于权重高斯赛德的预编码方案

4.1 高斯赛德算法

由 $\mathbf{t} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{s}$ 可得:

$$\mathbf{G} \mathbf{t} = \mathbf{s} \quad (9)$$

即线性方程的解。为了避免通过直接求逆来求解线性方程, 传统高斯赛德算法的迭代过程如下:

$$\mathbf{t}^{i+1} = (\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{s} - (\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^{\text{H}} \mathbf{t}^i \quad (10)$$

其中, i 为迭代次数 $\mathbf{G} = \mathbf{D} + \mathbf{L} + \mathbf{L}^{\text{H}}$, $\mathbf{D}$ 为对角矩阵, $\mathbf{L}$ 为严格下三角矩阵。则预编码之后的发送信号可以表示为:

$$\mathbf{x} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^{\text{H}} \mathbf{t}^{i+1} \quad (11)$$

4.2 权重高斯赛德算法

为了进一步加快 GS 算法的收敛速度, 本文在传统高斯赛德算法的基础上, 提出了一种基于权重高斯赛德 (WGS) 低复杂度预编码方案, 具体算法的迭代过程如下:

$$\mathbf{t}^{i+1} = \omega((\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{s} - (\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^{\text{H}} \mathbf{t}^i) + (1 - \omega) \mathbf{t}^i \quad (12)$$

其中, ω 为权重系数, 采用诺依曼展开式的第一项作为迭代初始值, 即:

$$\mathbf{G}_L^{-1} = \sum_{l=0}^{L-1} (\mathbf{D}^{-1} (\mathbf{D} - \mathbf{G}))^l \mathbf{D}^{-1} \quad (13)$$

则初始迭代值为 $\mathbf{t}^0 = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{s}$, 式 (12) 可化简为:

$$\mathbf{t}^{i+1} = (\mathbf{I} - \omega(\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{G}) \mathbf{t}^i + \omega(\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{s} \quad (14)$$

4.3 确定权重因子

下面要对权重系数进行计算。

令 $\mathbf{C} = \mathbf{I} - \omega(\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{G}$, $\mathbf{d} = \omega(\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{s}$, ω 为权重因子。则式 (14) 可表示为:

$$\mathbf{t}^{i+1} = \mathbf{C} \mathbf{t}^i + \mathbf{d} \quad (15)$$

其中, 矩阵 $\mathbf{C}$ 的谱半径可以定义为矩阵 $\mathbf{C}$ 的非零特征值的绝对值, 即 $\rho(\mathbf{C}) = \max_{1 \leq n \leq K} |\lambda_n|$, 其中 λ_n 为矩阵 $\mathbf{C}$ 的第 n 个特征值。

根据特征值与特征向量的定义, 可得:

$$\mathbf{C} \mathbf{r} = (\mathbf{I} - \omega(\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{G}) \mathbf{r} = \lambda_n \mathbf{r} \quad (17)$$

其中, $\mathbf{r}$ 为矩阵 $\mathbf{C}$ 非零特征值 λ_n 的特征向量, 将式 (17) 两边左乘以 $(\mathbf{D} + \mathbf{L})$ 得:

$$((\mathbf{D} + \mathbf{L}) - \omega \mathbf{G}) \mathbf{r} = \lambda_n (\mathbf{D} + \mathbf{L}) \mathbf{r} \quad (18)$$

将式 (18) 两边同时乘以 $\mathbf{r}^{\text{H}}$, 得:

$$\mathbf{r}^{\text{H}} ((\mathbf{D} + \mathbf{L}) - \omega \mathbf{G}) \mathbf{r} = \lambda_n \mathbf{r}^{\text{H}} (\mathbf{D} + \mathbf{L}) \mathbf{r} \quad (19)$$

对式 (19) 取共轭转置, 可得:



$$\mathbf{r}^H((\mathbf{D} + \mathbf{L})^H - \omega \mathbf{G}^H)\mathbf{r} = \lambda_n \mathbf{r}^H(\mathbf{D} + \mathbf{L})^H \mathbf{r} \quad (20)$$

矩阵 $\mathbf{G}$ 为厄米特矩阵, 即 $\mathbf{G}^H = \mathbf{G}$, 将式 (19) 与式 (20) 相加得:

$$\mathbf{r}^H(\mathbf{D} + \mathbf{G} - 2\omega \mathbf{G})\mathbf{r} = \lambda_n \mathbf{r}^H(\mathbf{D} + \mathbf{G})\mathbf{r} \quad (21)$$

则:

$$(1 - \lambda_n)\mathbf{r}^H \mathbf{D} \mathbf{r} = (\lambda_n - 1 + 2\omega)\mathbf{r}^H \mathbf{G} \mathbf{r} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{r}^H \mathbf{G} \mathbf{r} > 0$, $\mathbf{r}^H \mathbf{D} \mathbf{r} > 0$, 因此, 就需要等式两边同号, 即:

$$(1 - \lambda_n)(\lambda_n - 1 + 2\omega) > 0 \quad (23)$$

根据参考文献[18], 该算法的收敛的条件为 $\rho(\mathbf{C}) = \max_{1 \leq n \leq K} |\lambda_n| < 1$, 则 $\lambda_n - 1 + 2\omega > 0$, 可得算法权重系数的范围为: $\omega > \frac{1 - \lambda_n}{2}$ 。假设信噪比一定, 可通过信道容量根据权重系数取值的变化, 取信道容量最大值时所对应的权重系数作为最优权重系数。

在信噪比、用户数与天线数确定, 迭代次数分别为 3、4、5 的情况下, 权重系数与系统信道容量的关系如图 1 所示。由图 1 可以看出, 信道容量函数是凸函数, 存在最大值对应的 ω 即最优权重系数。本文固定信噪比、迭代次数, 改变基站天线数与用户数, 通过取每次信道容量最大值所对应的 ω 值, 可确定 ω 与天线数和用户数之间的关系。假设 ω 与天线数和用户数之间的关系如下:

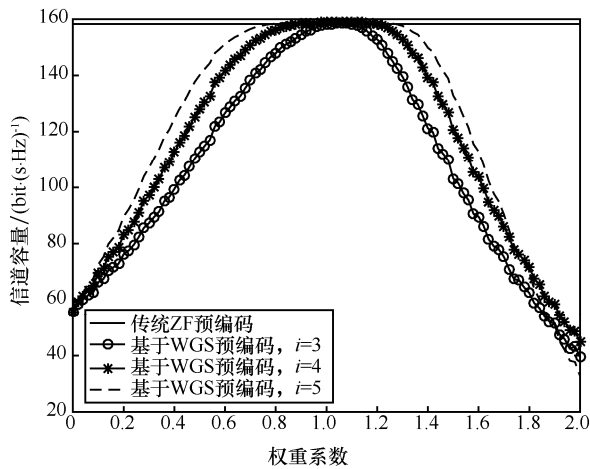


图1 权重系数与信道容量的关系

$$\omega(K, N) = a + \frac{K}{bN} \quad (24)$$

假设取 M 个点, K_m 、 N_m 分别指第 m 个点对应的用户数与天线数, ω_m 为第 m 个点对应的最优权重系数, $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ 。式 (24) 中参数 a 、 b 根据最小均方和进行确定, 则最优 (a^*, b^*) 为:

$$(a^*, b^*) = \arg \min_{(a, b)} \left\{ \sum_{m=1}^M [\omega(K_m, N_m) - \omega_m]^2 \right\} \quad (25)$$

可得 $a^* = 1.01$, $b^* = 2.5$ 。图 2 表示实际 ω 与式 (24) 的对比, 则式 (24) 为:

$$\omega(K, N) = 1.01 + \frac{K}{2.5N} \quad (26)$$

由式 (26) 可知, 因为 K 与 N 均大于 0, 则权重系数 ω 恒大于 1。在上文中得到当权重高斯赛德算法收敛时, $\omega > \frac{1 - \lambda_n}{2}$, 且 $\max_{1 \leq n \leq K} |\lambda_n| < 1$, 因此可得 $\omega > 1$, 即取该权重系数时该算法收敛。

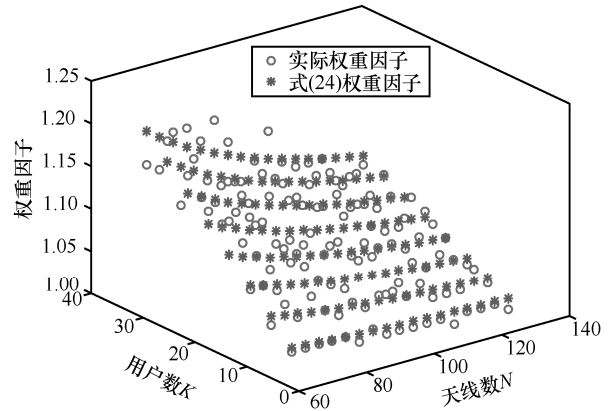


图2 权重因子对比

5 系统性能分析与复杂度分析

5.1 系统性能分析

由于建筑物密集的城镇中心地带的无线信道环境最接近于瑞利慢衰落信道, 因此本文仿真信道为瑞利慢衰落信道, 采用两种不同天线数的大规模 MIMO 系统, 分别为: $N \times K = 128 \times 32$, $N \times K = 256 \times 32$ 。为了更加直观地说明提出的 WGS 算法的性能, 将 WGS 算法与 RM、GS 算法

的容量与误码率进行对比,并将传统ZF预编码性能作为参考。

图3、图4为3种不同算法RM、GS、WGS算法的容量性能曲线,图4中各算法趋势与图3均相似。由图4可知,当迭代次数增加时,WGS算法在较低迭代次数已达到ZF的容量,并且性能明显优于GS与RM算法。相比于图3,图4中的WGS算法容量性能更逼近于ZF预编码,这是由于当基站天线数增加甚至趋向于无穷时,基站到各用户之间的信道趋向于正交,用户间的干扰减弱。

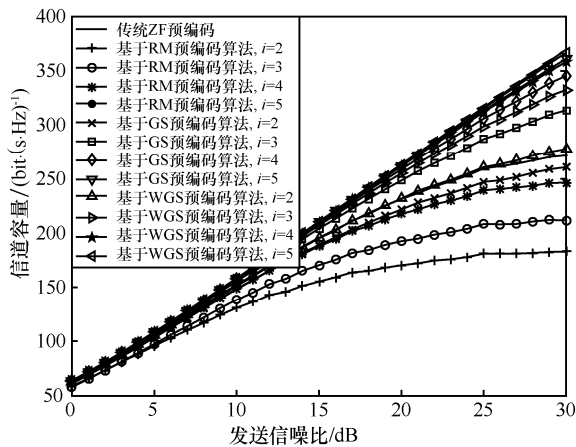


图3 在 $N \times K = 128 \times 32$ 时的信道容量性能对比

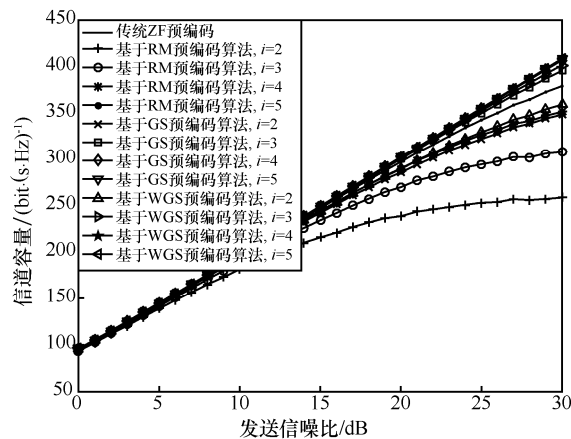
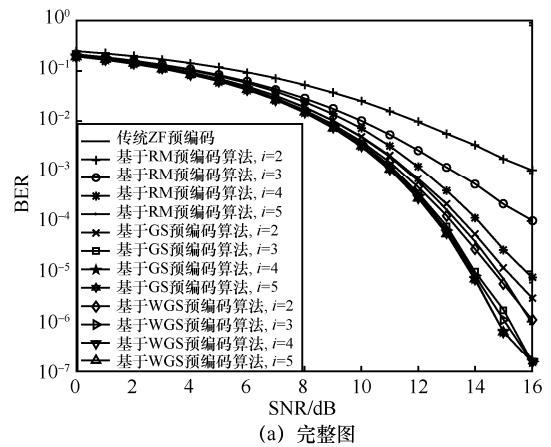


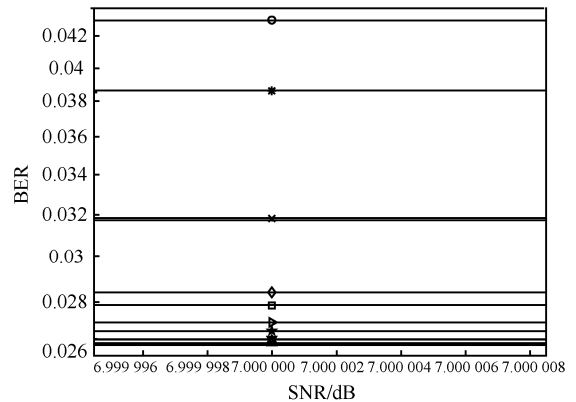
图4 在 $N \times K = 256 \times 32$ 时的信道容量性能对比

图5、图6为两种不同系统误码率性能的对比,采用4QAM调制。从图5、图6可以看出,这3种算法的误码率都随着迭代次数的增加而降

低,并且都逐渐逼近传统求逆ZF预编码方案的误码率。WGS算法误码性能明显优于RM算法和GS算法,同等迭代次数下的WGS算法的性能优于GS算法,而在迭代次数为2时的WGS算法、GS算法性能已经优于在迭代次数为4时的RM算法性能。也就是说,WGS算法的收敛性是优于GS算法的。同样,图5、图6的不同点就在于相同信噪比下,图6的误码率更低,且各算法之间性能更加逼近。



(a) 完整图



(b) 局部放大图

图5 在 $N \times K = 128 \times 32$ 时的误码率性能对比

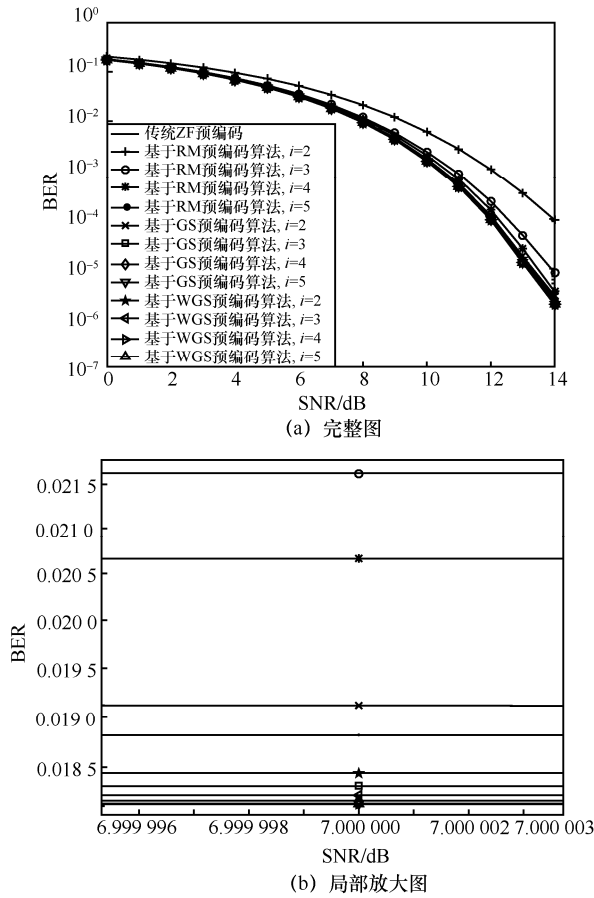
5.2 复杂度分析

WGS算法的第*i*次迭代,需要求解线性方程组和简单乘法,在式(12)中,令:

$$\mathbf{t}^{i+1} = (\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{s} - (\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^H \mathbf{t}^i \quad (27)$$

则:

$$(\mathbf{D} + \mathbf{L}) \mathbf{t}^{i+1} = \mathbf{s} - \mathbf{L}^H \mathbf{t}^i \quad (28)$$

图6 在 $N \times K = 256 \times 32$ 时的误码率性能对比

令 $p^i = s - L^H t^i$, 则 $(D + L)t^{i+1} = p^i$, 因此方程的解为:

$$\begin{cases} t_1^{i+1} = \frac{p_1^i}{f_{11}} \\ t_m^{i+1} = \frac{p_m^i - \sum_{j=1}^{m-1} f_{mj} t_m^{i+1}}{f_{mm}} \end{cases} \quad (29)$$

其中, f_{ij} 表示矩阵 $D + L$ 的第 i 行第 j 列的元素, 该部分计算复杂度为 $4K^2$; 再加上算法所设置迭代初始值的复杂度为 $4K$, 权重系数的乘法部分复杂度为 $8K$ 。因此, WGS 算法的复杂度为 $i(4K^2 + 8K) + 4K$, 其中 i 为迭代次数。

表1列出了RM算法、GS算法和WGS算法复杂度。由表1可知, 3种算法都将传统求逆ZF预编码方案的复杂度从 $O(K^3)$ 下降到 $O(K^2)$ 。对比这3种算法, 复杂度最高次幂系数均相同, 仅

一次幂的系数不同。相对于RM和GS算法, 本文算法的复杂度略高, 但是, 当用户数增多时, 其低次幂的复杂度可以忽略不计, 3种算法的复杂度近似相等。

表1 RM算法、GS算法和WGS算法的复杂度对比

迭代次数	RM	GS	WGS
$i = 2$	$2(4K^2 + 8K)$	$8K^2 + 4K$	$2(4K^2 + 8K) + 4K$
$i = 3$	$3(4K^2 + 8K)$	$12K^2 + 4K$	$3(4K^2 + 8K) + 4K$
$i = 4$	$4(4K^2 + 8K)$	$16K^2 + 4K$	$4(4K^2 + 8K) + 4K$
$i = 5$	$5(4K^2 + 8K)$	$20K^2 + 4K$	$5(4K^2 + 8K) + 4K$

6 结束语

本文提出了一种基于权重高斯赛德(WGS)的低复杂度预编码方案, 该算法可以通过较少的迭代次数来达到传统求逆ZF预编码性能, 并且天线数增多时所需的迭代次数会更少。同时, WGS算法极大地降低了大规模MIMO系统中传统求逆ZF预编码方案的复杂度。将原ZF预编码方案复杂度从 $O(K^3)$ 降低到 $O(K^2)$ 。仿真结果表明, 相比于GS算法, WGS算法性能更好, 收敛速度更快。

参考文献:

- [1] NGO H Q, LARSSON E G, MARZETTA T L, et al. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(4): 1436-1449.
- [2] LIU Z, DU W, SUN D, et al. Energy and spectral efficiency tradeoff for massive MIMO systems with transmit antenna selection[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(5): 4453-4457.
- [3] 曹海燕, 冯瑞瑞, 方昕, 等. 大规模MIMO系统中基于能效最大化的资源联合优化算法[J]. 电信科学, 2017, 33(12): 84-90.
CAO H Y, FENG R R, FANG X, et al. A joint optimization algorithm based on energy efficiency maximization for massive MIMO systems[J]. Telecommunications Science, 2017, 33(12): 84-90.
- [4] PRASAD K N R S V, HOSSAIN E, and BHARGAVA V K, et al. Energy efficiency in massive MIMO-based 5G networks: opportunities and challenges[J]. IEEE Wireless Communications, 2017, 24(3): 86-94.

- [5] BOGALE T E, LE L B. Massive MIMO and mmWave for 5G wireless HetNet: potential benefits and challenges[J]. IEEE Vehicular Technology Magazine, 2016, 11(1): 64-75.
- [6] COSTA M H M. Writing on dirty paper (Corresp)[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1983, 29(3): 439-441.
- [7] LU Z, NING J, ZHANG Y, et al. Richardson method based linear precoding with low complexity for massive MIMO systems[C]//IEEE Vehicular Technology Conference, September 6-9, 2015, Boston, USA. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1-4.
- [8] SONG W, CHEN X, WANG L, et al. Joint conjugate gradient and Jacobi iteration based low complexity precoding for massive MIMO systems[C]//IEEE/CIC International Conference on Communications, July 27-29, 2016, Chengdu, China. Piscataway: IEEE Press, 2016: 1-5.
- [9] XIE T, LU Z, HAN Q, et al. Low-complexity LSQR-based linear precoding for massive MIMO systems[C]//IEEE Vehicular Technology Conference, September 6-9, 2015, Boston, USA. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1-5.
- [10] XIE T, DAI L, GAO X, et al. Low-complexity SSOR-based precoding for massive MIMO systems[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(4): 744-747.
- [11] KAMMOUN A, MULLER A, BJORNAON E, et al. Linear precoding based on polynomial expansion: large-scale multi-cell MIMO systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 861-875.
- [12] PRABHU H, RODRIGUES J, EDFORS O, et al. Approximate matrix inverse computations for very-large MIMO and applications to linear precoding systems[C]//Wireless Communications and Networking Conference, April 7-10, 2013, Shanghai, China. Piscataway: IEEE Press, 2013: 2710-2715.
- [13] GAO X, DAI L, ZHANG J, et al. Capacity-approaching linear precoding with low-complexity for large-scale MIMO systems[C]//IEEE International Conference on Communications, June 8-15, 2015, London, UK. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1577-1582.
- [14] MINANGO J, ALMEIDA C D. Low-complexity MMSE detector based on the first-order Neumann series expansion for massive MIMO systems[C]//IEEE 9th Latin-American Conference on Communications, November 8-10, 2017, Guatemala City, Guatemala. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-5.
- [15] FLORDELIS J, RUSEK F, TUFVESSON F, et al. Massive MIMO performance-TDD versus FDD: what do measurements say?[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017(99): 1.
- [16] MI D, DIANATI M, ZHANG L, et al. Massive MIMO performance with imperfect channel reciprocity and channel estimation error[J]. IEEE Transactions on Communications, 2017(99): 1.
- [17] TULINO A M, VERDU S. Random matrix theory and wireless communications[J]. Communications & Information Theory, 2004, 1(1): 1-182.
- [18] BJÖRCK Å. Numerical methods in matrix computations[M]. Heidelberg: Springer, 2015.

[作者简介]



周冬 (1994-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为无线通信系统、大规模 MIMO 系统中的预编码技术。



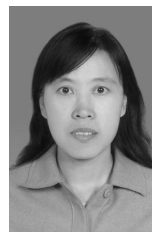
曹海燕 (1975-), 女, 博士, 杭州电子科技大学通信工程学院副教授, 主要研究方向为无线通信系统的信道编码、信号检测和 LTE 物理层标准等。



许方敏 (1980-), 女, 杭州电子科技大学通信工程学院讲师, 主要研究方向为先进移动通信系统及其关键技术, 包括干扰抑制策略和无线资源管理策略。



方昕 (1975-), 女, 杭州电子科技大学通信工程学院副教授, 主要研究方向为 4G、5G 物理层算法。



王秀敏 (1963-), 女, 中国计量大学信息工程学院教授, 主要研究方向为电路与系统、信号处理。